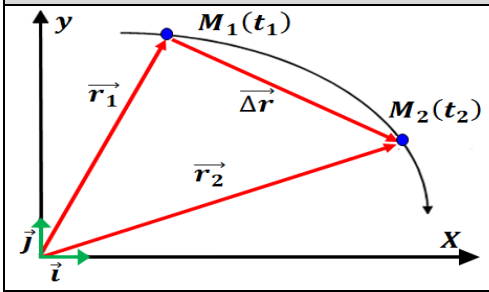
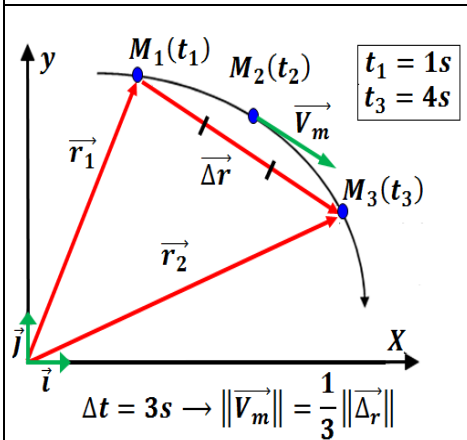
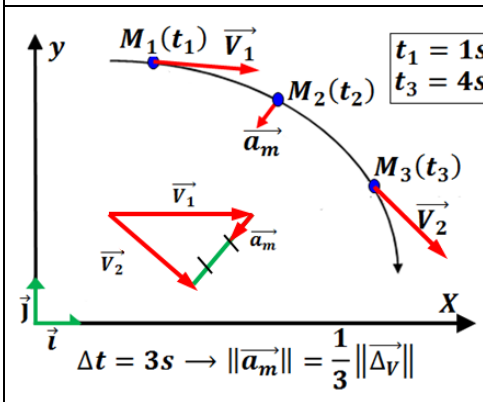
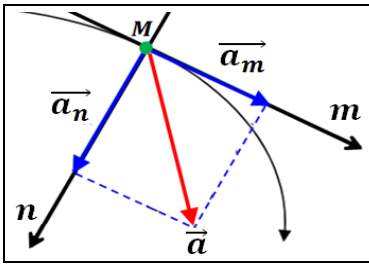
الوحدة 05: تطور جملة ميكانيكية

الحركة من أجل دراسة أي حركة يجب إسنادها لمعلم (المرجع) مرجع عطالي (يتحقق فيه مبدأ العطالة أي ساكن أو يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة).

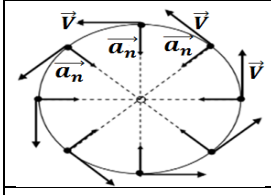
عناصر الحركة	خواص العـــــلاقـــــات	المنحنيـــــــات
شعاع الموضع $\vec{r}$	–شعاع الموضع يجمع بين مبدأ الاحداثيات وموضع مركز عطالة الجسم. $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$	
شعاع الإنتقال $\overrightarrow{\Delta r}$	–هو التغير في شعاع الموضع بين اللحظتين t_1 و t_2 $\overrightarrow{\Delta r} = \overrightarrow{M_1M_2} = \Delta x\,\vec{\imath} + \Delta y\,\vec{\jmath} + \Delta z\,\vec{k}$	
طويلة شعاع الموضع	$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	
شعاع السرعة المتوسطة $\overrightarrow{V_{moy}}$	–هو النسبة بين شعاع الانتقال $\overrightarrow{\Delta r}$ بين اللحظتين t_1, t_2 و المجال الزمني Δt $\overrightarrow{V_{moy}} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{\imath} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{\jmath} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{k}$ $\overrightarrow{V_{moy}} = V_{mx}\,\vec{\imath} + V_{my}\,\vec{\jmath} + V_{mz}\,\vec{k}$	
شعاع السرعة اللحظية $\vec{V}$	–هو مشتق شعاع الموضع $\vec{r}$ بالنسبة للزمن . $\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{\imath} + \frac{dy}{dt}\vec{\jmath} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$ $\vec{V} = V_x\,\vec{\imath} + V_y\,\vec{\jmath} + V_z\,\vec{k}$	
طويلة شعاع السرعة الوحدة (m/s)	$\vec{V} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$; $\|\overrightarrow{V_m}\| = \frac{1}{\Delta t}\|\overrightarrow{\Delta r}\|$	
شعاع التسارع المتوسط $\vec{a}_{moy}$	–هو النسبة بين شعاع السرعة $\overrightarrow{\Delta V}$ بين اللحظتين t_1, t_2 و المجال الزمني Δt $\vec{a}_{moy} = \frac{\overrightarrow{\Delta V}}{\Delta t} = \frac{\Delta V_x}{\Delta t}\vec{\imath} + \frac{\Delta V_y}{\Delta t}\vec{\jmath} + \frac{\Delta V_z}{\Delta t}\vec{k}$ $\vec{a}_{moy} = a_{mx}\vec{\imath} + a_{my}\vec{\jmath} + a_{mz}\vec{k}$	
شعاع التسارع اللحظي $\vec{a}$	–هو مشتق شعاع السرعة $\vec{V}$ بالنسبة للزمن (المشتق الثاني لشعاع للموضع). $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\overrightarrow{\Delta V}}{\Delta t} == \frac{dV_x}{dt}\vec{\imath} + \frac{dV_y}{dt}\vec{\jmath} + \frac{dV_z}{dt}\vec{k}$ $\vec{a} = a_x\vec{\imath} + a_y\vec{\jmath} + a_z\vec{k}$	
طويلة شعاع التسارع الوحدة (m/S^2)	$\vec{a} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$; $\|\overrightarrow{a_m}\| = \frac{1}{\Delta t}\|\overrightarrow{\Delta V}\|$	

معلم فريني هو معلم مبدؤه موضع المتحرك M في لحظة ما يتكون من محورين متعامدين أحدهما (om)يكون مماسي للمسار في الموضع M جهته هي جهة الحركة والاخر (on) ناظمي، يتجه نحو مركز المسار.



التسارع المماسي	التسارع الناظمي يسمى مركزي لأنه يتجه نحو المركز.		
$a_m = \frac{dV}{dt}$	$a_n = \frac{V^2}{R}$	V طويلة شعاع السرعة عند اللحظة t	$a = \sqrt{a_m^2 + a_n^2}$
		R نصف قطر المسار المنحني عند اللحظة t	

قوانـــــــــــين نيوتن		
القانون الأول لنيوتن (مبدأ العطالة)	في المعالم العطالية أو الغاليلية يحافظ الجسم على سكونه أو حركته المستقيمة المنتظمة إذا لم تتدخل عليه قوة لتغير من حالته حركته يعني : $(V = \text{cte} = \text{ثابت})$ أي $(\Delta V = 0)$.	$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$
القانون الثاني لنيوتن	في معلم غاليلي المجموع الشعاعي للقوة المؤثرة على جملة مادية يساوي جداء كتلتها في تسارع مركز عطالتها.	$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a_G}$
القانون الثالث لنيوتن (مبدأ الفعلين المتبادلين)	إذا أثرت جملة A على جملة B بقوة $\overrightarrow{F_{A/B}}$ فإن الجملة B تؤثرعلى الجملة A بقوة $\overrightarrow{F_{B/A}}$ تماثلها في الشدة وتزامنها و تعاكسها في الإتجاه ولهما نفس الحامل.	$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}}$

الحركـــــــات	شعاع السرعة $\vec{V}$	شعاع التسارع $\vec{a}$
الحركة المستقيمة المنتظمة	يكون شعاع السرعة ثابت في المنحى و الجهة والطويلة	حسب مبدأ العطالة لايخضع المتحرك لقوة وإذا خضع إلى قوى فحتما مجموع الشعاعي لهذه القوى يكون معدوم ، وحسب القانون الثاني لنيوتن يكون شعاع التسارع أيضا معدوم.
الحركة المستقيمة المتسارعة بإنتظام	يكون شعاع السرعة اللحظية ثابت في المنحى و الجهة بينما تتزايد طويلته بإنتظام.	يخضع المتحرك إلى قوة $\vec{F}$ تكون في جهة الحركة وثابتة في المنحى والجهة والطويلة ، وحسب القانون الثاني لنيوتن يكون شعاع التسارع $\vec{a}$ في جهة الحركة وثابت في المنحى والجهة والطويلة . $\vec{V}$ و $\vec{a}$ لهما نفس الجهة في كل لحظة.
الحركة المستقيمة المتباطئة بإنتظام	يكون شعاع السرعة اللحظية ثابت في المنحى و الجهة بينما تتناقص طويلته بإنتظام.	يخضع المتحرك إلى قوة $\vec{F}$ تكون في عكس جهة الحركة وثابتة في المنحى والجهة والطويلة ، وحسب القانون الثاني لنيوتن يكون شعاع التسارع $\vec{a}$ عكس جهة الحركة وثابت في المنحى والجهة والطويلة . $\vec{V}$ و $\vec{a}$ متعاكسين في الجهة عند كل لحظة.
الحركة الدائرية المنتظمة	يكون شعاع السرعة مماسي للمسار وطويلته ثابتة في كل لحظة.	يخضع لمحصلة قوى $\vec{F}$ ثابتة وناظمية (متجهة دوما نحو المركز المسار)، وبالتالي يكون شعاع التسارع $\vec{a}$ ثابت في القيمة ومتجه نحو مركز المسار عند كل لحظة . 

دور الحركة الدائرية المنتظمة

يرمز له بالرمز T ووحدته الثانية (S) هو المدة اللازمة لإنجاز دورة واحدة أي قطع مسافة $(2\pi r)$: $T = \dfrac{2\pi r}{V}$

V	سرعة المتحرك
r	نصف قطر المسار الدائري

ملاحظة مهمة تعتمد طبيعة الحركة (متسارعة أو متباطئة) على الجداء السلمي $\vec{a}.\vec{V}$ حيث :

- إذا كان $(\vec{a}.\vec{V} > 0)$ تكون الحركة متسارعة.
- إذا كان $(\vec{a}.\vec{V} < 0)$ تكون الحركة متباطئة.
- إذا كان $(\vec{a}.\vec{V} = 0)$ تكون الحركة منتظمة (مستقيمة منتظمة في الحركات المستقيمة إذا كان$(\vec{a} = 0)$ أو دائرية منتظمة في الحركات المنحنية (دائرية إذا كان $\vec{a}$ عمودي على $\vec{v}$).
- تذكير في معلم للمستوي يكون : $(\vec{a}.\vec{V} = a_x V_x + a_y V_y)$ و في معلم للفضاء يكون $(\vec{a}.\vec{V} = a_x V_x + a_y V_y + a_z V_z)$.

قوانـــــــــــــــين كبلر

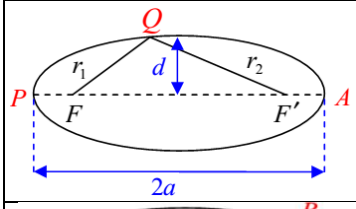
القانون الأول

- إن الكواكب تتحرك وفق مدارات إهليجية (شكل بيضوي) تمثل الشمس أحد محرقيها (يعني إحدى البؤرتين حيث أن للشكل الإهليجي بؤرتين).

الإهليج: هومنحى يكون فيه مجموع المسافتين من نقطة منه إلى المحرقين (F', F) ثابتا (قطع ناقص).

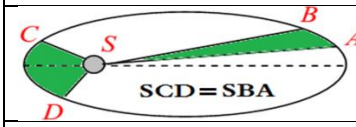
المحور الكبير $2a = r_1 + r_2$

المحور الصغير $2d$



القانون الثاني

- إن المستقيم الرابط بين الشمس والكوكب يمسح مساحات متساوية خلال فترات زمنية متساوية.
- إذا كان المجالين الزمنيين للإنتقالين متساويين فإن سرعة الكوكب هي التي تتغير على مداره.



القانون الثالث

- يتناسب مربع الدور لمدار كوكب مع مكعب البعد المتوسط للكوكب عن الشمس (نصف المحور الكبير).

$T^2 = K.a^3$ (حيث K ثابت)

دراسة الحركة الدائرية المنتظمة للكواكب و الأقمار الاصطناعية

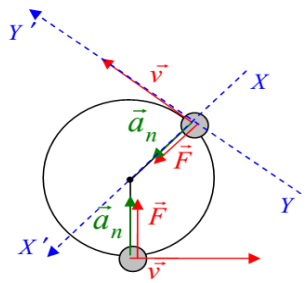
شروط الحصول على حركة دائرية تكون الجملة المادية في حالة حركة دائرية منتظمة إذاكانت سرعتها الإبتدائية غير معدومة وكانت خاضعة لقوة مركزية (قوة عمودية على شعاع السرعة).

دور الحركة الدائرية المنتظمة: $T = \dfrac{2\pi r}{V}$

التسارع الناظمي: $a_n = \dfrac{V^2}{R}$

قانون الجذب العام: $F = G\dfrac{m.M_S}{r^2}$

- نختار معلما بحيث يكون أحد محاوره ناظمي كما في الشكل



- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a_G} \Longrightarrow \vec{F} = m\vec{a}_n \Longrightarrow F = m\dfrac{V^2}{R}$ (1)
- بإستعمال قانون الجذب العام $F = G\dfrac{m.M}{r^2}$ (2)

من (1)و (2) نجد: $F = m\dfrac{V^2}{R} = G\dfrac{m.M}{r^2}$ أي $V^2 = G \times \dfrac{M}{r}$

ومنه نجد عبارة السرعة المدارية $V_{orb} = \sqrt{\dfrac{G.M}{r}}$ و من العلاقة (1)نتحصل على العلاقة التالية لدور $T^2 = \dfrac{4\pi^2}{G.M}.r^3$

الحالات	السرعة المدارية	الدور	الملاحظات
في حالة كوكب يدور حول الشمس (S)	$V_{orb}=\sqrt{\frac{G.M_S}{r}}$	$T^2=\frac{4\pi^2}{G.M_S}.r^3$	M_S كتلة الشمس r البعد بين الكوكب ومركز الشمس
في حالة قمر اصطناعي يدور حول الارض (T)	$V_{orb}=\sqrt{\frac{G.M_T}{r}}$	$T^2=\frac{4\pi^2}{G.M_T}.r^3=\frac{4\pi^2}{G.M_T}.(R_T+h)^3$	M_T كتلة الارض R_T نصف قطر الارض h بعد القمر عن سطح الارض
ملاحظة إن كتلة الكواكب والأقمار لا تؤثر على السرعة المدارية والدور.			

استنتـــــاج قانون الجذب العام من قانون كبلر

- من قانون الثالث لكبلر وعبارة الدور $T^2=K.a^3=\frac{4\pi^2}{G.M}.r^3$
- يمكن تحديد القوة المتسببة في الحركة الدائرية المنتظمة للكواكب والأقمار، علما أن : $\left(V^2=\frac{4\pi^2}{T^2}r^2\ ,\ T=\frac{2\pi}{V}r^3\right)$
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$$\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\overrightarrow{a_G}$$
$$\overrightarrow{F}=m\overrightarrow{a}_n$$
$$F=m\frac{V^2}{R}\quad(1)$$
$$F=m\frac{4\pi^2}{Kr^3}\quad(2)$$

بالنسبة للأقمار الصطناعية	بالنسبة للكوكب
$K_S=\frac{4\pi^2}{GM_S}$	$K_T=\frac{4\pi^2}{GM_T}$

m	كتلة الكوكب أو القمر الصناعي
K	يتعلق بكتلة الجسم المركزي M فقط فجميع مدارات الكواكب لها نفس الثابت

بالتعويض في القيمة K في العلاقة (2) نجد $F=m\frac{4\pi^2}{K.r^3}=\frac{4\pi^2m.G.M}{4\pi^2r^3}$

ومنه نستنتج قانون الجذب العام

$$F=G\frac{m.M_S}{r^2}\ /G=6.67\times10^{-11}\ N.m^2/kg^2$$

وحدة ثابت الجذب العام و تحليله البعدي $\mathbf{G=\ N.m^2/kg^2}$

من عبارة قوة الجذب العام يمكن كتابة $G=F\frac{r^2}{m.M}$ و حسب التحليل البعدي للقانون الثاني لنيوتن $F=a.m\longrightarrow[F]=[a].[m]$

$$[G]=\frac{[F].[r^2]}{[m].[M]}=\frac{[a].[m].[r^2]}{[m].[M]}=\frac{[a].[r^2]}{[M]}=\frac{\frac{m}{S^2}.m^2}{Kg}=\frac{m^3}{S^2.kg}$$

طاقة الجملة كوكب–قمر عند توازن قمرصناعي تكون سرعته $V=\sqrt{g.r}$ فيصبح له طاقة حركية $E_c=\frac{1}{2}MV^2$ بحيث تزداد بزيادة إرتفاعه (r).

قمر جيو مستقر نقول عن قمر إصطناعي أنه جيو مستقر إذا بقي دائماً واقعاً على الشاقول المار بنفس النقطة من الأرض، في المرجع المركزي الأرضي يوجد مسار القمر الإصطناعي في مستو يحتوي على مركز الأرض فكل الأقمار الإصطناعية الجيو مستقرة توجد في مستو واحد هو مستوي خط الإستواء.

- باختصار هو قمر يدور في جهة دوران الأرض يعني ثابت بالنسبة لنقطة من سطح الأرض.

دور قمر جيو مستقر هو المدة الزمنية التي ينجز فيها القمر الإصطناعي دورة كاملة في المرجع المركزي الأرضي و دوره مساوي لدور الأرض.

ملاحظات يمكن إعتبار الجملة نقطة مادية إذا كانت أبعادها مهملة أمام المرجع الذي تنسب إلية الحركة.

مفهوم مركز العطالة في الجملة الشبه المعزولة توجد على الأقل نقطة ساكنة أو تتحرك بحركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمعلم غاليلي، في ميكانيك نيوتن هذه النقطة تنطبق دائما على مركز الكتلة الذي يمثل مركز المسافات المتناسبة لمجموعة النقاط المادية.

المراجع العطالية (الغاليلية) المرجع العطالي هو كل مرجع يتحقق في مبدأ العطالة.

- المعلم الهيليومركزي (الشمسي).
- المعلم الجيومركزي (الأرضي).
- المعلم السطحي الأرضي.